

第36回 CIS研究所パートナー会 議事録

日時 2014年4月21日(月) 13時 ~ 17時

場所 CIS会議室

- 1) サロン 講師 久米 健次 様
「特異スペクトル解析の新展開」



会議風景

2) 特異スペクトル解析の新展開

- 特異スペクトル解析 (SSA) の概要
- 特異スペクトル解析法の完全再構成フィルタとしての解釈
- 今後

- ・SSA 法は、当初は現象に潜むカオス構造を調べるためのアルゴリズムとして開発されたが、その後、この方向への限界が認識されるようになり、時系列データの線形の分析手法として開発されてきた。基本になっている考え方は、多変量解析の 1 つである主成分分析法を時系列の lagged vector に適用したものである。

通常のアロリズムでは、次の 3 段階で構成されている。

- ①時系列から履歴行列 (trajectory matrix) の構成。
- ②履歴行列の特異値分解。
- ③特異値分解されたランク 1 の行列に対して、反対角成分の平均化によるハンケル行列化を行い、分解時系列をとりだす。

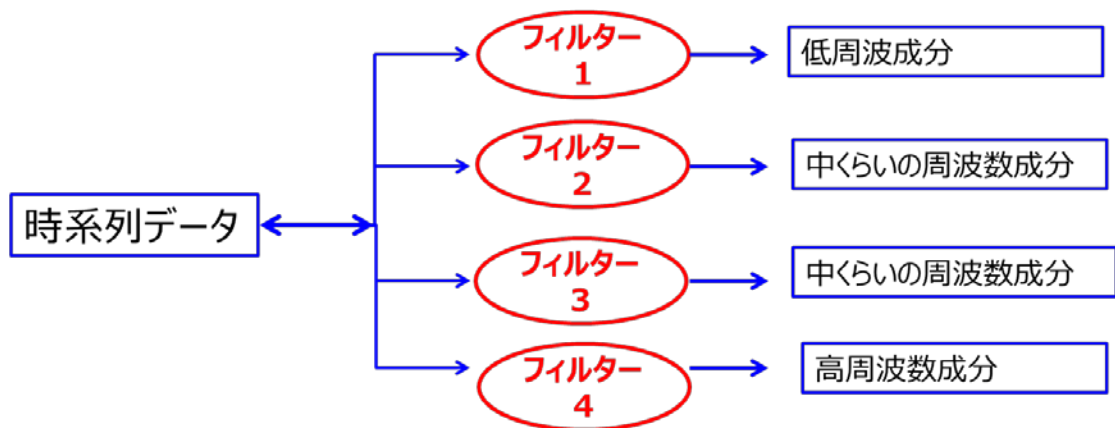
= =

SSA の特色は

- ①時系列の分解は、厳密で、分解したものを加え合わせると元の時系列に exact に戻る。
- ②任意の個数に分解できる。
- ③分解された時系列は、大雑把にはトレンド成分、周期成分、高周波ノイズ成分に分割している。

= =

以上のアルゴリズムは「フィルタ解釈」を行うと見通しが良く、かつ多次元データの場合にアルゴリズムは簡単になる。



K個の直交ベクトルを、**任意**に与える

$$v^{(1)}, v^{(2)}, v^{(3)}, \dots, v^{(K)}$$

時系列 \hat{x}_α にそれぞれのベクトル成分から作られる移動平均を
2段階 (forward+backward) で作用させる。

$$\hat{v}^{(1)} : \hat{x}_\alpha \longrightarrow |\hat{v}_\alpha^{(1)}|^2 \hat{x}_\alpha \quad \text{分解第1成分}$$

$$\hat{v}^{(2)} : \hat{x}_\alpha \longrightarrow |\hat{v}_\alpha^{(2)}|^2 \hat{x}_\alpha \quad \text{分解第2成分}$$

.....

$$\hat{v}^{(K)} : \hat{x}_\alpha \longrightarrow |\hat{v}_\alpha^{(K)}|^2 \hat{x}_\alpha \quad \text{分解第K成分}$$

たしてKで割る $(1/K)[|\hat{v}_\alpha^{(1)}|^2 + |\hat{v}_\alpha^{(2)}|^2 + \dots + |\hat{v}_\alpha^{(K)}|^2] \hat{x}_\alpha = \hat{x}_\alpha$

K次元規格直交ベクトルで、完全再構成型のフィルタバンクが構成できる。

任意の直交するK次元ベクトルを持ってくる。

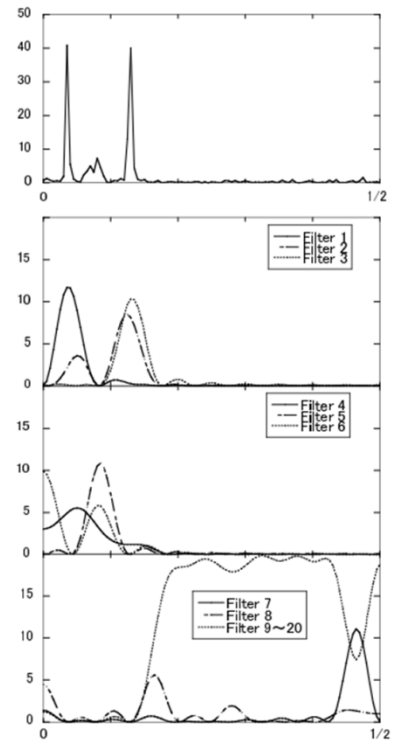
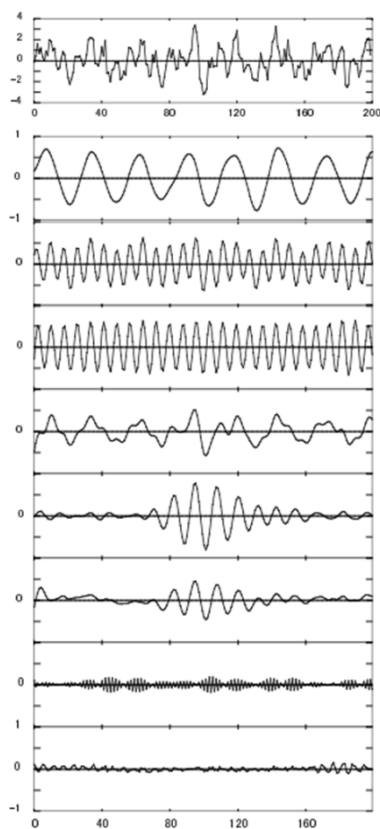
その成分からフィルターを作って、**点対称2段階**[forward+backward]で、
フィルタを作用させる (移動平均)。

- ①完全再構成性 (← ベクトルの完全性：どんなベクトルでも重ね
合せて表せる)
分解したものを**加えると元にもどる**
- ②規格化 **フィルターの面積は全て同じ** (←ベクトルの長さが1)
- ③**直交性は失われる** 複素数の絶対値の二乗なので位相情報が
失われる。しかし、実数のフィルターなので、波形の変形やシフトはない

SSA では、この分解ベクトルとして、規格直交性を保持しつつ、下記の L を最大化する条件で定まる。

$$L = \sum_{\alpha=0}^{L-1} \hat{x}_\alpha^* |\hat{v}_\alpha|^2 \hat{x}_\alpha$$

SSA 分解の例



まとめ

① SSA をフィルタの構成と時系列への作用として見る。

- ・任意の K 次元規格直交ベクトルの 2 段階フィルタリングで、格子状データは厳密に分解でき、完全再構成フィルタバンクが構成できる。
- ・SSA では、このベクトルとして lag-covariance 行列の固有ベクトルを採用。
- ・これは時系列のパワースペクトルとフィルタの重なり最大の条件を課していることに対応している。

② このように見ると、多次元データへの適用が簡単になる

③ 2D 画像データの分解は容易に可能であり、SSA 分解フィルタは平均化フィルタと微分型フィルタになっている。

今後

フィルタ解釈で SSA の拡張が容易になったが、SSA はフーリエスペクトル分解に強く繋がった手法であり、サインコサイン以外の基底関数への拡張は困難。非線形主成分分析に基づく方法への拡張を検討している。



会議風景

3) 次 回: 5月26日(月)

講師 生駒 篤一 様

13時 開始をお願いします。

4) 次々回 6月23日(月)

講師 神田 忠起 様

以上