

第102回CIS研究所パートナー会議事録(一般様用)

開催日： 2020年11月29日(日)
場 所： CIS会議室 13時~17時
講 師： 久米 健次 様
テーマ： パズル3題

会議風景



本題の前に：

久米さんの25年前のギター演奏ビデオの紹介があった。演奏曲は、イサーク・アルベニスのアストゥリアス。D(レ)音が基準の音なのか繰り返しが続き、曲の中間部でのハーモニクス奏法は耳に印象深くこれを見事に演奏、なかなかのビデオでした。全曲暗譜は指の形で覚えているとのこと。途中で忘れて思い出せなくなるのではないかと恐怖がよぎったそうです。

ホールは音響効果の良いホールで、良い音が帰ってくるので気分良く演奏できた。

今は、もう弾けない。



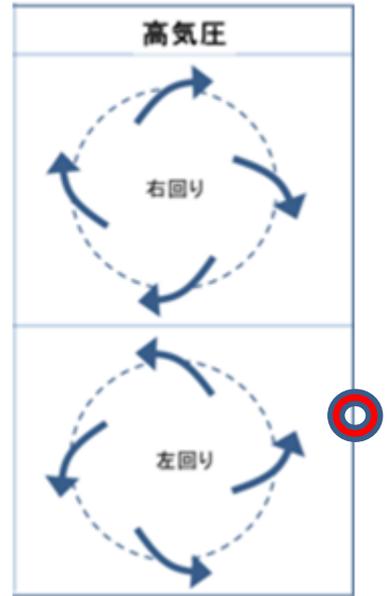
I. ALBÉNIZ
ASTURIAS
LEYENDA - PRELUDIO
Transcripción para guitarra de
ANDRÉS SEGOVIA

1) パズル

その1 北半球では高気圧の風向きはどちらか。

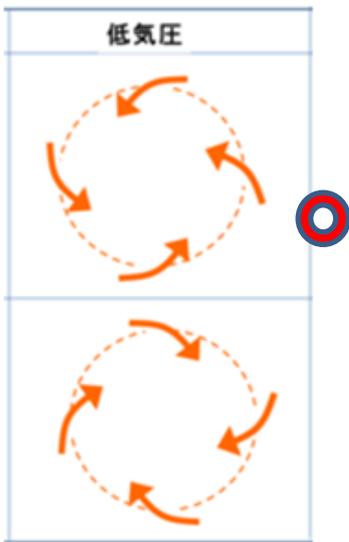
パズル その1

北半球では、高気圧の風向きはどちらか？



北半球では、地球の自転によりコリオリの力が働き進行方向の右向きに力が働く。
したがって、右に曲がる。

北半球:
地球の自転によるコリオリ力は、進行方向右向きに働く



北半球では、低気圧の風向きはどちらか？

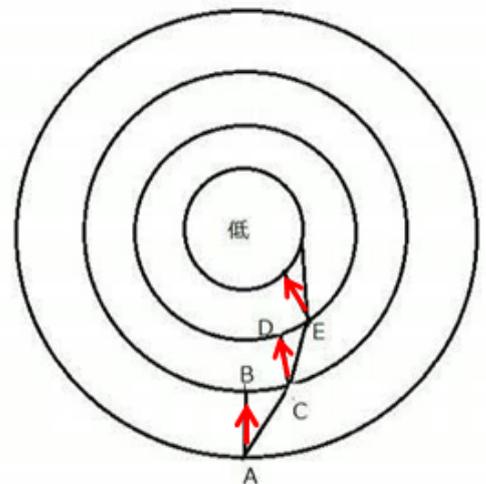
答:左巻き

低気圧はどうだろうか？
赤道を超えて台風は動かない！

低気圧で左巻きになるわけ

A点はBに向かうがコリオリの力が働いて右に引っ張られてC点に向かう。

同じようにしてなのでC点は中心に向かって引っ張られる。
C点では同じく中心に向かってDに向かうがコリオリの力を受けて
E点にむかう・・・という状況を繰り返し左回転になる。



地球が自転していなかった場合、台風はまっすぐ中心に向かって進むがコリオリの力が働くので左回転しているように見える。

低気圧は外側から中にはいり上に抜ける。 回転しながら上に抜ける。

低気圧は周囲より気圧が低い。図の円は気圧が等しい線（等圧線）を表している。低気圧の中心部へ向かうほど気圧が低く、気圧に傾きがある。空気の塊に注目すると、等圧線に垂直に内向きの気圧傾度力がはたらく。空気の塊は低気圧の中心に向かって動くが、この風にコリオリ力が速度に右向きにはたらく。その結果、速度は低気圧の中心に向かう向きから右へそれていく。ついには、図の右図に示すように、気圧傾度力とコリオリ力が釣りあい、風は等圧線に沿って吹くようになる。

低気圧の中心に近づくと等圧線の曲率が大きくなり、風は加速度運動（等圧線にそった円周上を運動する）する。空気の塊とともに運動する座標系から見ると、低気圧の外向きにはコリオリ力と遠心力がはたらき、その和が内向きの気圧傾度力と釣りあう。

という事でまとめると：

台風は赤道を超えない。「北から南へいくときは、西側にそれる」

「南から北へいくときは、東側にそれる」

台風の日玉付近では強烈な上昇気流になる。

追記： 低気圧と高気圧の定義は？

「低気圧」とは、天気図上で等圧線が閉じていて、その中心気圧が周囲よりも低くなっているところ。

「高気圧」とは、天気図上で等圧線が閉じていて、その中心気圧が周囲よりも高くなっているところ。

標準気圧（1気圧）は約1013hPaだが、1013hPaよりも気圧の高い低気圧もあれば、それより低い高気圧もあります。

ちなみに、等圧線が閉じていない場合は、

中心気圧が周囲よりも低くなっているところは「気圧の谷」

中心気圧が周囲よりも高くなっているところは「気圧の尾根」

と呼ぶ。

出典：気圧配置 気圧・高気圧・低気圧に関する用語

https://www.jma.go.jp/jma/kishou/known/yougo_hp/haichi1.html

回転座標系での運動方程式

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt^2} &= \mathbf{F} && \text{(本当の力：外力)} \\
 - m \frac{d^2 \mathbf{r}_0}{dt^2} &&& \text{(原点の加速度運動による力)} \\
 - 2m \left(\boldsymbol{\omega} \times \frac{d \mathbf{r}'}{dt} \right) &&& \text{(コリオリ力)} \\
 - m \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') &&& \text{(遠心力)} \\
 - m \frac{d \boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}' &&& \text{(回転の加速度による力)}
 \end{aligned}$$

VR=004817

\mathbf{r}' 回転座標系を表す

北半球では台風は左巻きになることは理解できた。

ところで、台風の等圧線の差の大きさと台風の速度を実際に入れて、コリオリの力を計算すると、

$$v = dr/dt = 1\text{m/sec の時 } F_c = \omega v = 10^{-4} \text{m/sec}$$

$$\text{風速 時速 10km } F_c = \omega v = 2.8\text{m/sec}^2$$

$$\text{時速 100Km } F_c = 28\text{m/sec}^2$$

と重量加速度9.8m/sec**2の約3倍にもなる！！

台風のつぶし方はないか？

雷は出来そうな発表があるが台風は見たことが無い。

よこみち

(実験事実)

水は 0°Cで凍る

塩水は -1.8°Cで凍る

南極の海水は-20°Cで凍るという。 → 南極の水は塩分濃度が高い。

(調査)

寒剤とは：

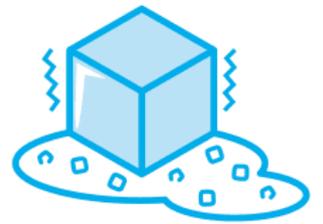
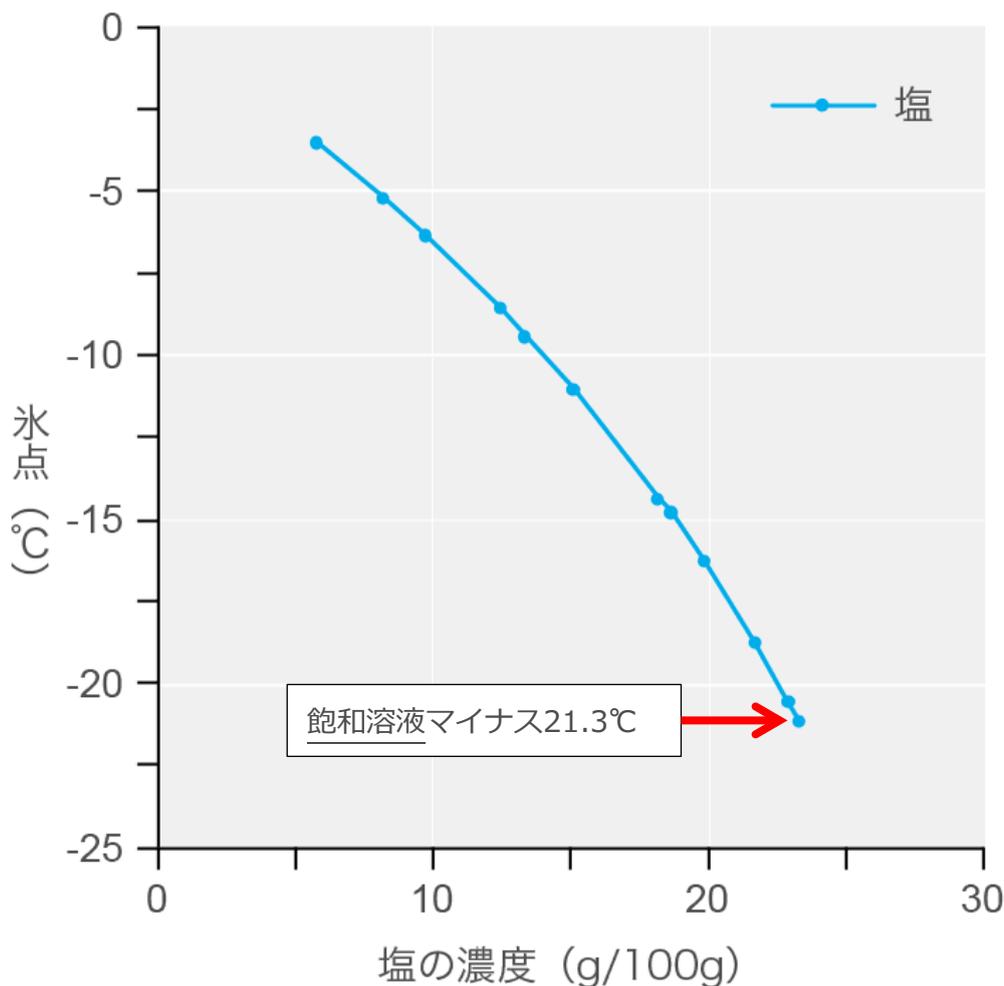
- ・混合するもとの物質より低温をつくることのできる物質。
- ・氷と食塩を混合すると、氷は融解熱を吸収し水になり、食塩はその水に溶けるときに融解熱を吸収するので、温度が下がる。

それでは、塩分濃度と凍結温度はどのようになるのか調べてみよう。

<https://www.shiojigyo.com/siohyakka/about/data/freeze.html>

公益法人 塩事業センター HPより転載

塩水の氷点は濃度によって次のように変化します。



おもな寒剤と組成 (質量パーセント)

- ・食塩 (NaCl) 22.4%と氷77.6%で温度-21.3°C
- ・塩化カルシウム6水和物 (CaCl₂ · 6H₂O) 58.8%と氷41.2%で温度-54.9°C
- ・ドライアイスとエタノールで温度-72°C

更によこみちに付き合ってください：
凍結防止剤と融雪剤の違い

- ・凍結防止剤は「凍結温度を下げて凍りにくくする」
- ・融雪剤は「熱を利用して雪を溶かす」

凍結防止剤の例

- ・塩化ナトリウム 安価であること+流通の容易は有利、車が錆びる 塩害が有る

融雪剤の例

- ・塩化カルシウム
塩化カルシウムは溶けるときに、強い発熱する。よって、凍結した路面や固まった雪などに効果がある。融雪剤として使用し、発熱して、溶解した水溶液は、30パーセントの濃度ではマイナス55度まで凍結しないという凍結防止効果も発揮する。 車が錆びる 塩害が有る

科学的根拠

「凝固点降下」

液体の固まる温度が下がることです。

つまり海水の様に水の中に何か物質を溶け込ませると、凝固点が下がります。

凝固点の降下度は表中の「実用上適用温度」で示されるように溶かし込む物質の種類によって異なる。

このため道路上に凍結防止剤を散布しておくこと、雪の表面水に凍結防止剤が溶け込み、路面が凍る温度が下がり、路面が凍りにくくなる。

全く異なる用途：

スキーマの滑降コースに使う

ワールドカップ等のアルペン競技で時々食塩や塩化カルシウムをゲレンデに撒いているのをみたことがあるかと思えます(現在は使われなくなっている)。それを撒くことによってコース上の雪を凍らせ固める。これは路面の凍結防止と全く逆の作用である。

使用上の極めて重要な注意と散布薬害の研究例：

路面上に大量の積雪があった後に凍結防止剤を撒く場合には、かなり大量の凍結防止剤を撒くか、除雪をしてから撒かなくては効果がないということである。

塩化カルシウムなどの塩類を撒くと雪の表面が溶け出す。ゲレンデの場合には、この溶けた水は即座に積もっている大量の雪の下へと流れ去り、同時に雪が解けるときに起きる化学反応によって塩類が周囲の熱を吸熱する。この吸熱によってごく狭い範囲での気温が下がり、溶け出していない部分の雪が再凍結して固まる。

タイム競技のスキーでは、この固まって状況の堅い雪の上をスキーで滑ることになる。

現在では、様々な理由により硫酸が使用されている。

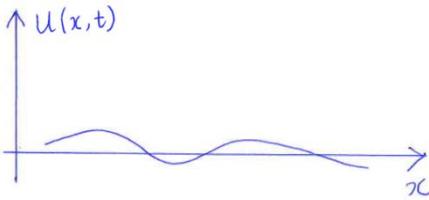
下平勇毅 et al、”スキー場で使用される雪面硬化剤・硫酸アンモニウム(硫酸)の水・土壌・植生への影響”、環境科学会誌 14 (3)：261-268 (2001)

「要旨」雪面硬化剤として他に、食塩、PTX(硝酸アンモニウムを主成分とする専用剤)なども用いられている。硫酸は、硬雪効果が高く、化学肥料として安価で流通しているため塩害の懸念された食塩に代わって 広く用いられるようになった。しかし、その散布使用量はコンディションによっては農地の標準施肥量の26倍にもなり植物の異常繁茂・弱体化・枯死、土壌の酸性化、硝酸性窒素などによる地下水汚染、下流域の富栄養化などの問題が懸念されてい川。また、植物の過繁茂に伴い小型種が被圧されて消失し多様性が減少することが報告されている。しかし、その影響に関する調査はあまり行われていない。なお、海外においては塩(NaCl)などの凍結防止剤の環境への影響については多くの研究があるが、雪面硬化剤の調査例は見当たらない。本研究はスキー場で散布された硫酸の挙動を調査し、硫酸が実際に積雪、河川、地下水、土壌へどのような影響をどの程度与えているか、さらに既に現れている植生への影響との関係を明らかにすることを目的としている。

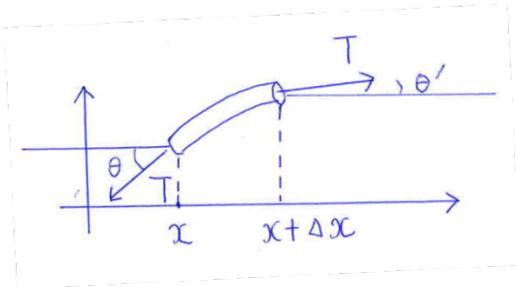
(本件：長々とお付き合いいただき有難うございます)

パズル その2

弦を伝える微小波動 (ギター の 弦)



運動方程式を作る . . . ニュートンの力学を使って



質量 $\sigma \cdot \Delta x$
 加速度 $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$

上下方向に働く力

Tは弦の張力、微小区間 Δx の前後で角度を θ 、 θ' とする

$$\begin{aligned} & T \sin \theta' - T \sin \theta \\ \approx & T \tan \theta' - T \tan \theta \\ = & T \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x+\Delta x} - T \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_x \\ \approx & T \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \Delta x \end{aligned}$$

θ は小さいので $\sin \theta$ は $\tan \theta$ と同じである。
 $\tan \theta$ はその点での微係数と考えられるので数式上微係数と書き換えられる。
 微係数の差は二階微分加速度の次式が得られる。
 これに質量 $\sigma \cdot \Delta x$ をかけて運動の方程式を得る。

ニュートンの運動方程式

$$(\Delta x \cdot \sigma) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Delta x$$

線形の波動方程式

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \\ c &= \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \end{aligned}$$

T: 弦を強く張ると早くなる。
 σ : 弦が太い (重い) と遅くなる。

この方程式の一般解は F と G を任意の関数として

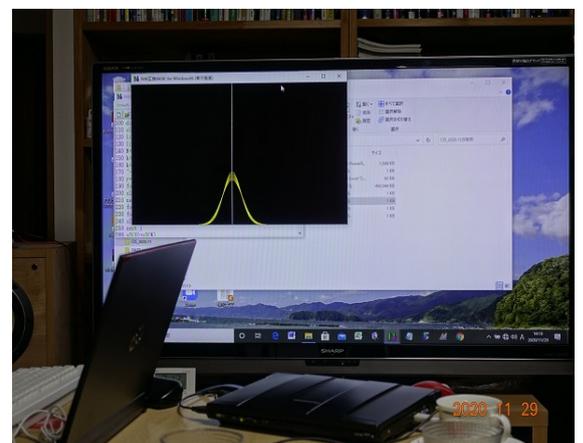
$$F(x - ct) + G(x + ct)$$

速度 c で右に進む波 + 速度 c で左に進む波
 この方程式は、時間に関して2階の微分方程式なので、

t = 0 の波形と、t = 0 での各点での速度

$$u(x, t = 0) \quad \text{and} \quad \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0}$$

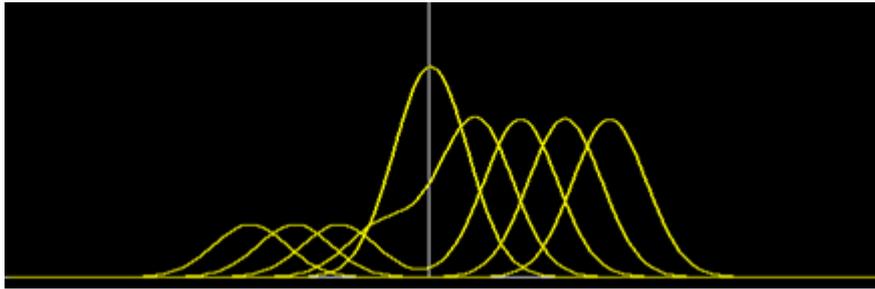
は「初期条件」として勝手に与えてよい。
 ぽいんと: 速度は c と決まっている、. . . が初期条件は勝手に決めてよい . . . では c 以外の初期条件を与えるとどうなる?



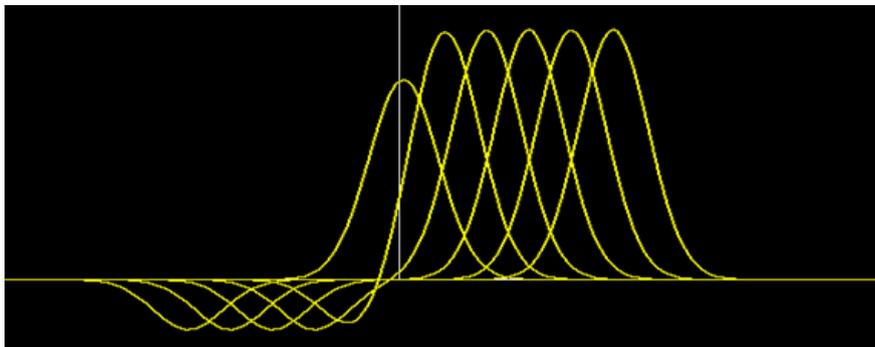
初期条件に c とは異なる速度を与えるとどうなるか?これがパズル! デス

上式を差分化し数値計算した結果 (プログラムはBasic・N88互換 Basic for Windowsを使用)

初期条件として $C=0.5$ とした場合 波が左右に分裂する



初期条件として $C=1.5$ とした場合 波が左右 (符号は逆) に分裂する



弦に外力が働く場合

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = f(x, t)$$

弦に外力が働く場合

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = f(x, t)$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p_s = - \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p_1$$

2次波の音圧
音源の音圧
↓
↓

p_1 の分布自体が空間音源として振舞う.



BASICで計算中の久米さん

パズル その3

運動方程式から将来がキッチリ予測できるのは何故か。
速度に比例した抵抗力を受けるバネの運動方程式の例

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t) - R \frac{dx(t)}{dt}$$

[今日、昨日] → [明日]

[明日、今日] → [明後日]

...

という訳で、将来が予測できる。

近似的に差分に直すと

$$\begin{aligned} m [x(t+h) - 2x(t) + x(t-h)]/h \\ = -kx(t) - R [x(t) - x(t-h)]/h \end{aligned}$$

$$x(t+h) = \left(2 - \frac{k}{m}h^2 - \frac{R}{m}h\right)x(t) - \left(1 - \frac{R}{m}h\right)x(t-h)$$

明日
↑ 今日
↑ 昨日

以上まとめると：

運動方程式をよく見ると、昨日の状況と今日の状況がわかっているのだから、明日の状況がわかると言える。

ところで、

[今日、昨日] → [明日]

[明日、今日] → [明後日]

...

という訳で、将来が予測できる。

新型コロナの予測、経済予測、株価予測などに展開化のだろうか？

理工学の世界では、事象を表す式、方程式がきちりと作れる状況にある。したがって、適切な条件下で境界条件を設定することにより多様な動きを知ることができる。

ARモデル=Autoregressive Model 自己回帰モデルなどが研究されている。
ランダムノイズの大きさによって、予測がずいぶん離れることが推測できる。

時系列の次のような確率モデルを考える。
(ARモデル=Autoregressive Model 自己回帰モデル)

$$x_n = a_1 x_{n-1} + \dots + a_p x_{n-p} + \varepsilon_n$$

将来
現在
↓ 過去
ランダムノイズ

過去 p 日間の株価から翌日の株価がわかる??
ランダムノイズは市場に対する何らかのショック。

物理系で考えれば、減衰振動子にランダムな外力が働いている系。経済学や工学（制御、船舶、車、・・・）、地球科学などでよく使われる確率モデル。

モデルの動機は、自己相関を手掛かりに確率モデルを作ることだった

AR(p) モデル

$$x_n = a_1x_{n-1} + a_2x_{n-2} + \dots + a_px_{n-p} + \varepsilon_n$$

駆動乱数項 ε_n のない場合

$$x_n = a_1x_{n-1} + a_2x_{n-2} + \dots + a_px_{n-p}$$

$x_n \sim z^n$ として

$$z^p = a_1z^{p-1} + a_2z^{p-2} + \dots + a_p \quad \text{特性方程式}$$

特性方程式の根を

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$$

とすると、重根がない場合の一般解は

$$x_n = c_1\lambda_1^n + c_2\lambda_2^n + \dots + c_p\lambda_p^n$$

$$x_n = a_1x_{n-1} + \dots + a_px_{n-p} + \varepsilon_n$$

未知のパラメータは、これまでの過去のデータから推定する：最小二乗法とか最尤法で決める。
 そこで問題は、特性方程式で解けるが実際はノイズ項 ε_n が有るので解けない。

パラメータの数 p はいくつにとればよいか？

当然、パラメータ数を増やすとフィッティングはよくなる。

情報量規準（例えば、赤池情報量規準 = AIC）を最小にするように決める。

$$AIC = -2 \ln L(\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p) + p$$

$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p$ は対数尤度関数 $\ln L(a_1, a_2, \dots, a_p)$ を最大にするパラメータ a_1, a_2, \dots, a_p の値

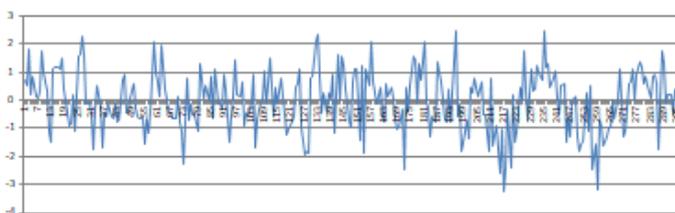
$$\{\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p\} = \operatorname{argmax}_{a_1, a_2, \dots, a_p} \ln L(a_1, a_2, \dots, a_p)$$

これらのパラメータが決まると、モデルが決まり、スペクトルの推定や将来予測ができる（予測能力があるかどうかは、時系列の性質に依存）。

$$x_n = a_1x_{n-1} + a_2x_{n-2} + a_3x_{n-3} + a_4x_{n-4} + a_5x_{n-5} + \varepsilon_n$$

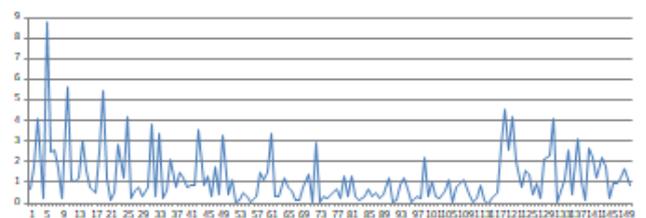
ともかく a_1, a_2, \dots が決まると、時系列の計算（確率的）ができる。

例: $n=0 \sim 300$ a_1, a_2, \dots は適当な値
 (標本時系列: 母集団からのサンプリング)

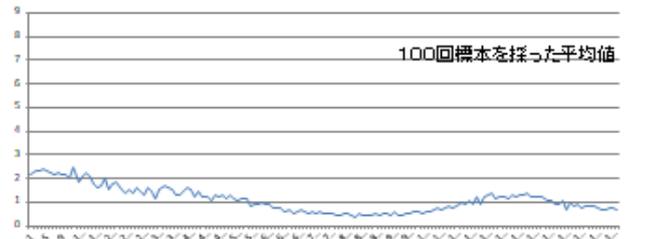


次にこのフーリエ変換の絶対値の2乗を計算する

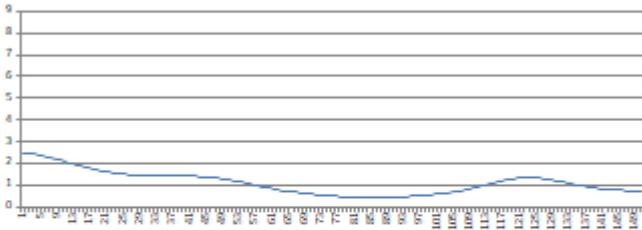
標本スペクトル(ペリオグラム): 確率的に揺らぐ



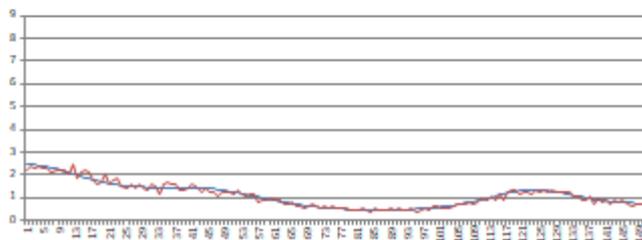
標本スペクトルを何度も計算してその平均値をとる(→時系列の推定スペクトル)



1つの標本データから a_1, a_2, \dots が推定できれば、一発で時系列の推定スペクトルが計算できる



標本データを100回とった場合と比較してみる

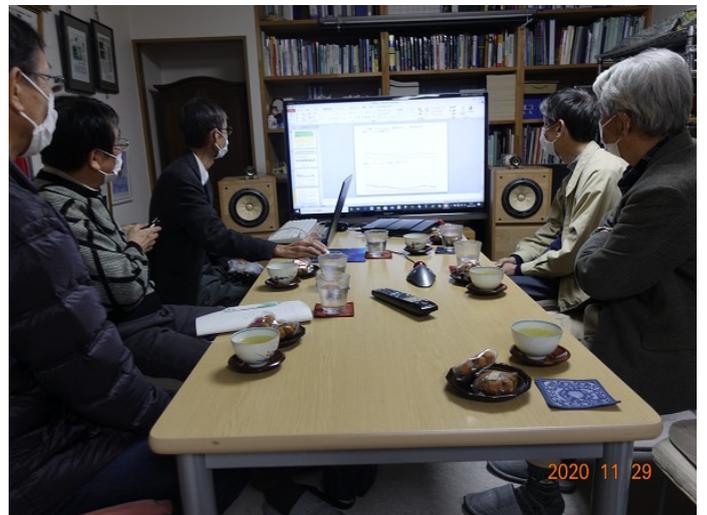


ARモデルの拡張版はいろいろとある。

- ARモデル
- ARMA
- ARIMA
- VAR
- ARCH/GARCH
- ...

理論は精緻化しているが・・・金融市場の予測は困難。
 (影の声：経済分野での確率モデルは壮大な虚構の世界のように思える(久米))

予測方法は他にも非常に多くある。
 AIの予測は？



金融時系列の予測は極めて難しい

- ・人やコンピューターが入り乱れている世界。
- ・ランダムネス(効率的市場仮説)
- ・非線形性・・・単純なカオスでもない
- ・非定常性・・・時間とともに状況が変化する。

・よって、投資アルゴリズムのバックテストをやってもダメ
 → 過去には有効でも将来に対して有効とならない。
 ~教師あり機械学習の過学習問題

・AI(教師あり学習、強化学習)はどうなっているか。
 流行は深層強化学習

一筋縄ではいかないから面白い

2) 今後の日程

第104回	1月24日(日) 13時～	山本 洋一
第105回	2月21日(日) 13時～	西村 靖紀 様

HP <http://www.cis-laboratories.co.jp/index.html>

以上