第77回CIS研究所パートナー会議議事録（一般様用）

開催日：　2018年6月3日（日）
場　所：　CIS会議室
講　師　　西村 靖紀 様
テーマ：　絵画構図・音階と数学

会議風景

1）絵画（ 絵画・写真・デザイン）の構図と数学

1―1） 構図

自分の世界を伝えるための作品の美的効果を出す画面構成。
絵の構図、写真の構図、デザインの構図も共通する。
構図は、絵画の最も基本的な要素の一つ。点，線，面の複合と，それらの全画面との関係から、リズム、プロポーション、バランス、ハーモニー、統一と変化，強調などの美的秩序に従って配慮される。

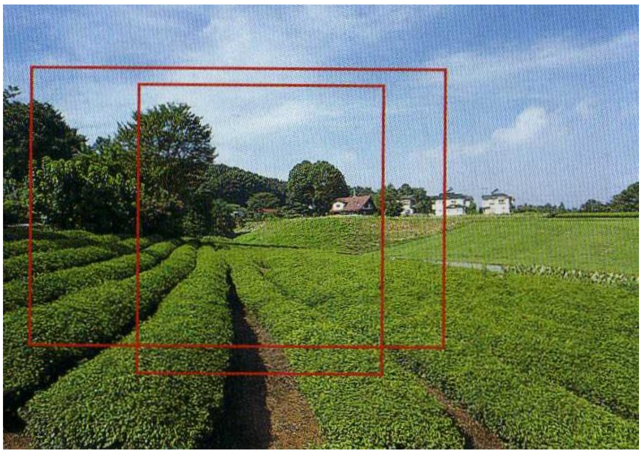
構図の基本

1 「何を描くのか」「何を表現したいのか」というテーマ（画題）を決める。
2　主役を決める。
絵の主役とは、その絵を見た人の視線を注目させるポイント。原則ひとつ。
必要な脇役を決める。
脇役の役割は、主役を引き立てることと、雰囲気を作ること。
3　美しく・バランスの良い画面構成を考える。
視線の流れ、絵を見たときに視線の流れがどうなるか・・・を意識して主役と脇役の位置を決める。

構図の要素

多くの人が美しい・バランスが良いと感じる絵には共通の法則がある･･･構図の基本パターン。
構図の基本パターンは、ただパターンのガイド上に被写体を並べれば良いと云うものではなく、
画面内の中にある
ラインの要素・被写体の向き・面積比も構図のパターンに当てはめることができる。
画面内にある被写体の輪郭線、垂直線や水平線、パースを感じる線などのラインの要素に注目する。
ラインの要素を構図の基本パターンのガイドに当てはめるとバランス良くまとまる。視線の流れ、
描写体の向きを
意識して、余白を作ったり、構図の基本パターンに当てはめるとバランス良くまとまる。
色の面として捉えることができ、その境界線で画面を区切ることができる。面と面の境界線を、
構図の基本パターンのガイドに当てはめるとバランス良くまとまる。
感覚的に「美しい」と思うものは、数学的に導き出された構図に沿ってレイアウトされていること
が、名画のリサーチの結果からも分かる。逆に言えばその構図を意識してレイアウトすることで、
より多くの人に「美しい」と思われる絵を制作することが出来る。

下の3枚の図は、同じ風景を構図をかえて表現したもの。このように、同じ風景を描いても、ずいぶん違う印象となる。このことを生かして、画面内のバランスをどう配置するかによって、主題や表現したい内容をより明確にしようとするのが構図。



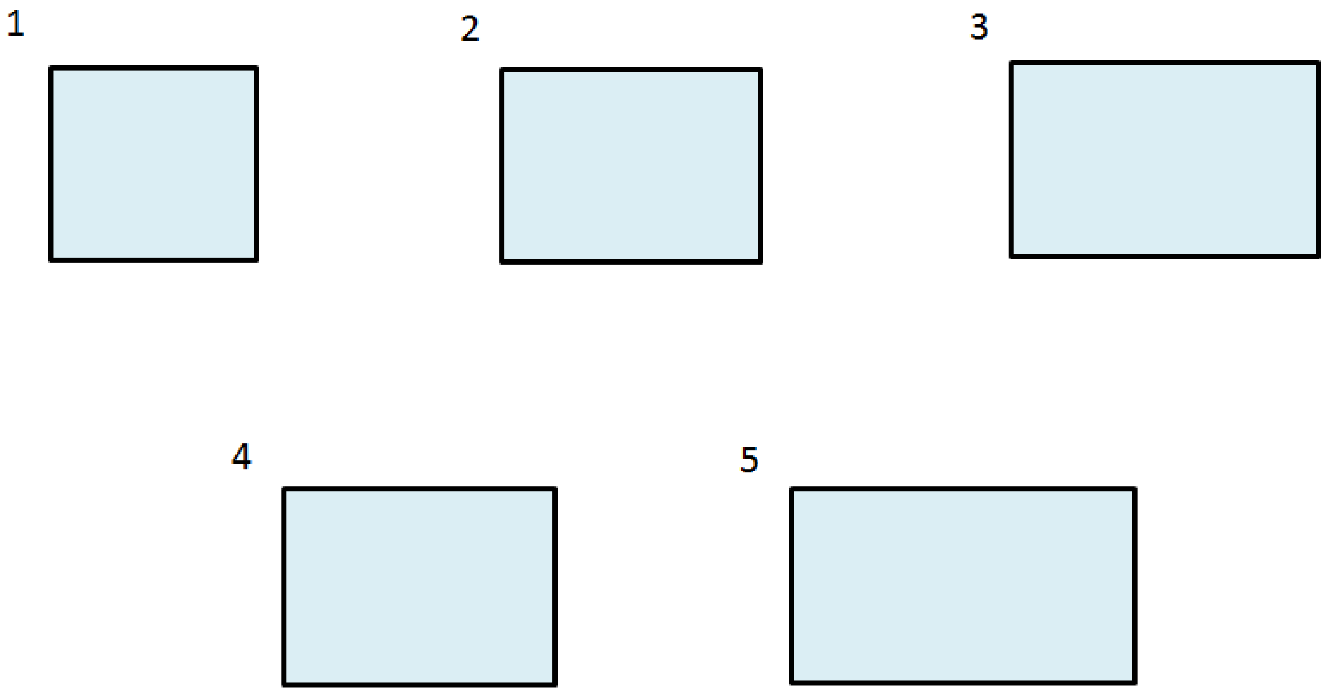
このバランスを整えるのに比較的簡単で有効的な構図の手法として、良く知られているのに黄金比を使う方法や、三分割法、図形（三角、放射線など）、文字形（I字、S字など）などがある。

黄金比とは、1:1.6180339887・・・・・・の比率で、美術、数学、生物学、建築学、音楽はたまた宗教学において、この比率は最も美しい数字だと言われている。特に美術界においては、パルテノン神殿、ミロのヴィーナス、レオナルド・ダ・ビィンチの数々の作品などを始め、多くの芸術家がこの比率を強く意識して造形したと言われ、また、北斎を始めとした浮世絵の多くの作品にも、随所にこの比率が見られる事などからも、この比率を意識しなかったとしても、多くの造形家が結果的にこの比率に集約されてきた事は明らか。

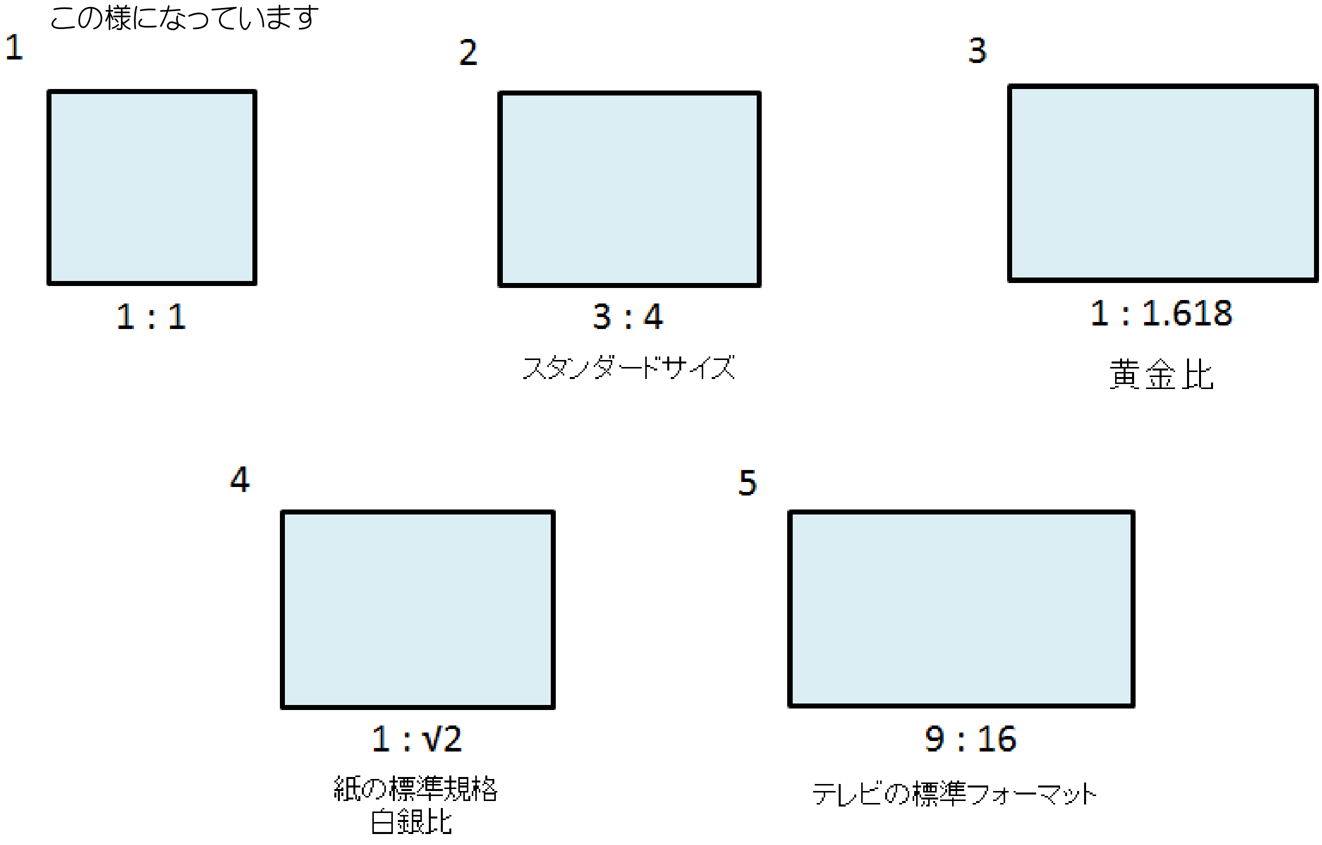
ちなみに、三分割法はそれよりもう少し大胆に間を造る構図法、また、放射線構図は任意の一点から放射線状に画面を造る事で目線を誘導する手法で、遠近感を出しやすい構図。S字構図は、主題をS字に形つける事で、リズム感を出す方法です。また、人物モデルの写生の時などは、ポージングにS字を強く意識させる事で、美しく見せる事ができる。

どの長方形が一番美しいと思いますか?

縦と横の比率が最も均斉のとれた長方形はどれ



この様になっています



黄金比

黄金比の歴史

黄金比を発見したのはエウドクソス（紀元前408年頃～紀元前355年頃）で、その後古代ギリシアの彫刻家である ペイディアス が初めてパルテノン神殿建設時に使ったと言われている。　黄金数の記号φは彼の頭文字。
歴史上，黄金比を数学の話題として初めて意識したのは，ユークリッドとされている

黄金比

1本の線を引き、どこかに点を打って「短い線」と「長い線」の2つに分割する。数学の法則から言うと、どんな線であろうと、「短い線　b」と「長い線　a」の比率と、「長い線」と「線全体　a+b　」の**比率**が等しくなるように分割できる、1つの点がある。

比率　　a÷b = (a+b)÷a = φ = 1.6180339887498948･･･
⇒**黄金比**

ユークリッドによる黄金比問題

ユークリッドによって提起された問題は
「線分をふたつに分かち，小さい方の線分と全体とでできる長方形の面積と，
大きい方の線分でできる正方形の面積が等しくなるように分けよ。」である。
図のように線分ＡＢをａ：ｂに分割すると仮定すると，

$$a^2 = b(a+b)$$

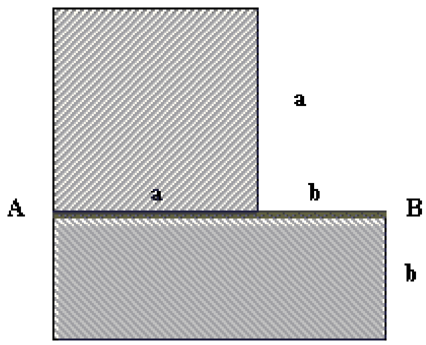
という関係を満たせばよいから，上式を b^2 割って整理すると，

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a}{b} - 1 = 0$$

となる。この２次方程式を解いて，

$$\frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

である。つまり線分ＡＢを $\frac{1+\sqrt{5}}{2}:1$ の比に分割すればよい。



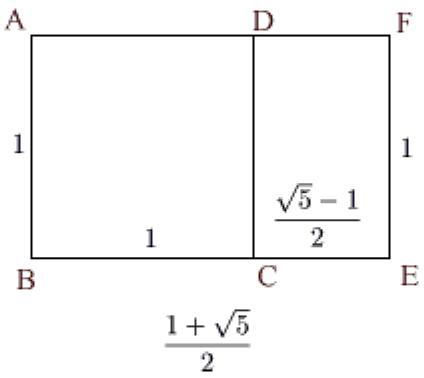
1.618033・・・・

黄金比をもつ長方形

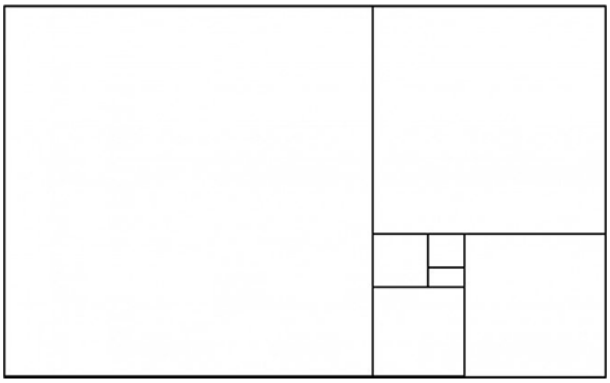
この黄金比をもつ長方形がどうして均斉がとれて美しいと見えるのか?

この長方形から、最初の正方形をとりのぞいてできる長方形を考える。この小さい長方形の辺の比率を計算すると黄金比となる。

CE:EFが黄金比をなすことの証明



$$
\begin{aligned}
CE : EF &= \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 : 1 \\
&= \frac{\sqrt{5}-1}{2} : 1 \\
&= 1 : \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \\
&= 1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2}
\end{aligned}
$$



このように小さい長方形は、再び黄金比をもつ長方形となり、さらに、
小さい長方形から正方形をとりのぞいても、また黄金比をもつ長方形が残る。
この状況は永遠に続く。この性質を言い換えると，この長方形は，そこから正方形を取り除いても，
元の長方形と相似な長方形が残るような長方形であると言える。また、正方形に，だんだん小さくなる
正方形を付け加えていって，完全に充填できる長方形であるとも言える。
この性質は，自然界の生物の成長の仕組みに密接に結びついてる。このことから，人がそういう仕組みを内在している長方形を見るとき， 無意識のうちに，その図形を自然界を象徴した図形として受け入れているのではないかと考えられ、それが美しいという感覚を引き起こすのであろうと考えられる。
人間にとって最も安定し、美しい比率とされ、建築や美術的要素の一つとされてきた。

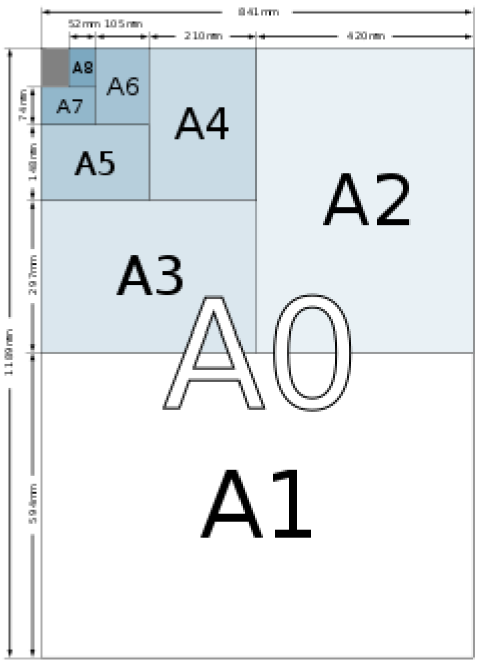
Adrian Bejan教授（Duke Univ. Plat school of Engineering）によると、
黄金比が美的感覚をもたらすのは、人間の視覚の進化によるものである。

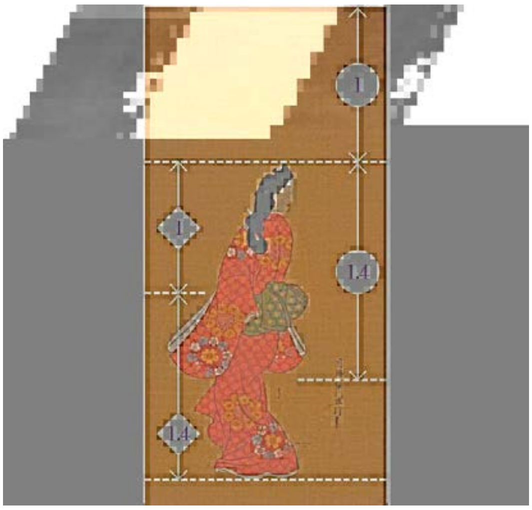
人間の脳は、目に入るものすべてを処理しなければならないが、処理スピードが速ければ速いほど、
心地良さも増す。

黄金比で構成されたイメージは、脳が他のものよりも速く処理するので、
そういったイメージは美的快感をもたらすというシグナルが送られる。

白銀比

白銀比は黄金比と同じくらい知られており、古くから使用されている比率である。
よく日本建築などが事例として紹介されるが、身近なものでは「用紙」がある。
A判（A3、A4など）やB判（B3、B4など）の紙が白銀比になっている





会議風景

フィボナッチ数列

フィボナッチ数列　　1，1，2，3，5，8，13，21，34，55，89，－ － －

漸化式で表すと　$a_1 = 1$,　$a_2 = 1$,　$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$　，

兎の問題　　　　　　　フィボナッチは次の問題を考案した
1つがいの兎は、産まれて2か月後から毎月1つがいずつの兎を産む。兎が死ぬことはない。
この条件のもとで、産まれたばかりの1つがいの兎は1年の間に何つがいの兎になるか？
つがいの数は次の表のようになる。

	産まれたばかりのつがい	生後1か月のつがい	生後2か月以降のつがい	つがいの数（合計）
0か月後	1	0	0	1
1か月後	0	1	0	1
2か月後	1	0	1	2
3か月後	1	1	1	3
4か月後	2	1	2	5
5か月後	3	2	3	8
6か月後	5	3	5	13
7か月後	8	5	8	21
8か月後	13	8	13	34
9か月後	21	13	21	55
10か月後	34	21	34	89
11か月後	55	34	55	144
12か月後	89	55	89	233

どの月のつがいの合計も、その前の2つの月での合計の和となり、フィボナッチ数が現れていることがわかる。

音楽の音階と数学

西洋の音階はどのようにできて来たのか

ド、レ、ミ、ファ、ソ、ラ、シ、ド　の音（音の高さ・周波数）は、離散した、飛び飛びの周波数の音となっている。
音は波であるため、複数の音が共鳴して、 快く聞こえるような法則が存在し、量子化されると考えられる。

いくつかの音を重ねていって、快く聴こえるように、音と音の周波数を調整することにより、
音階を作っていったことがわかる。すなわち和音（快く聴こえる音の組み合わせ）が元になっている。
音階は、このように、物理的、数学的なアプローチでつくられた。

基音と倍音
弦楽器や管楽器はの音は、それを構成しているいくつかの周波数が簡単な整数比となっている。
多くの音は基本となる周波数と、その倍数の周波数となっている
基音と倍音の混ざり具合、つまり強度分布が音色を決める。

管楽器は、一つの原音の共鳴で音を作っている　倍音は原音の完全整数比である。
人の声は、基音と倍音が完全な整数比になっている。
弦楽器は弦の上に発生するいくつかのモードに対応する複数の音源の合成である。
この複数の音源の基音の周波数が、ほぼ整数比になっている
打楽器、特に太鼓系、銅鑼、シンバル等は、弦楽器のように一次元の振動モードでなく、
二次元のモードを持つ。二次元の振動のモードはほとんど、整数比とはならない。
そのため、濁った音に聞こえる。

音楽と数学の「モデル化」の手法はそれぞれ異なるすが，対象を，それとは異質のもの（音あるいは記号）によって本質に近いものを表現する営みは共通している。 言い換えると，どちらも人間が何かを認識しようとするときの言語であるということ。

ピタゴラス音階
ピタゴラスは音の協和性を数学的に探求した。ピタゴラス学派は簡単な弦楽器で面白いことを発見した

倍音とオクターブ
ピタゴラスはモノコード（1弦琴）を使って、弦の長さと音の高さの関係を調べていた。
同じ長さの弦のモノコードを2台用意し、その音を聞き比べた。
まず初めに、弦の長さを半分にすると、同じ音で高さが高くなる（オクターブ）ことを発見した。

調和平均と心地よい音の響き
一弦の箏を作り、駒の位置を左右の弦の長さの比が2:3になるようにして、左右の弦を同時に弾くと協和した2つの音が聞こえる。
ピタゴラスはこの実験から、弦の長さの比が簡単な整数比となるときに「2つの音の響きが快い」ことを発見した。
この2つの音は、「ド」と「ソ」の音程です。理想的な完全5度音程である。
音律は、複数の音が心地よく調和するように考えられたもので、ピタゴラスが音律を体系化するときに使ったのが調和平均である。

ピタゴラスと3つの平均

相加平均（算術平均）	相乗平均（幾何平均）	調和平均（Harmonic mean）
$A=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$	$G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}x_i}$	$H=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}$

（途中省略）

会議風景

2） 次回の日程

次々回のご連絡: 講師担当予定の竹内様よりご都合で欠席との連絡を受けました。
つきましては、講師は、先回に紹介しました　市毛　明様　（元近畿大学教授）に
「三分割法」の講義と応用例　をお願いすることといたします。

第78回　7月1日（日）開催

講　師 ：　元近畿大学教授　市毛　明様

テーマ ：　「三分割法」の講義と応用例

ホームページURL

http:／／www.cis－laboratories.co.jp／

以上